

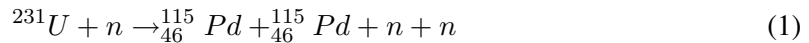
1. Θεωρείστε τους πυρήνες με μαζικό αριθμό  $A=191$ . (α) Χρησιμοποιώντας το μοντέλο της Υγρής Σταγόνας, βρείτε τον πίο ευσταθή από αυτούς. (β) Υπολογίστε την ενέργεια σύνδεσής του ανα νουκλεόνιο με δύο τρόπους: (β1) Χρησιμοποιώντας τον τύπο του παραπάνω μοντέλου, και (β2) με βάση τον ορισμό, χρησιμοποιώντας τους πίνακες για να πάρετε τις γνωστές μάζες του πυρήνα, του πρωτονίου και του νετρονίου. Συγκρίνετε τα αποτελέσματα.

Λύση: (α) Εχουμε λύσει τέτοιες ασκήσεις. Παίρνουμε τον τύπο του μοντέλου της υγρής σταγόνας για την ενέργεια σύνδεσης ενός πυρήνα  $E_b(A = 191, Z)$  και υπολογίζετε για ποιά τιμή του  $Z$  έχει μέγιστο. Αυτό δίνει και τον ευσταθέστερο πυρήνα.

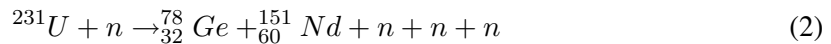
(β1) Ο πρώτος τρόπος είναι να υπολογίσετε για  $A=191$  και  $Z$  αυτό που βρήκατε στο (α) την ποσότητα  $E_b(A = 191, Z)/A$ .

(β2) Ο δεύτερος τρόπος είναι από τον ορισμό της ενέργειας σύνδεσης, δηλαδή από τη διαφορά  $E_b(A, Z)/A = (1/A)(Zm_p + (A - Z)m_n - M_{nucleus})c^2$ , χρησιμοποιώντας τις μάζες του πρωτονίου, του νετρονίου και του πυρήνα με  $A=191$  και  $Z$  αυτό που βρήκατε στο (α) από τους πίνακες.

2. Διαθέτετε ένα γραμμομόριο  $^{231}\text{U}$  και πηγή αργών νετρονίων (νετρονίων με αμελητέα κινητική ενέργεια), τα οποία μπορείτε να χρησιμοποιήσετε για την ελεγχόμενη πρόκληση μιας εκ των εξής δύο αντιδράσεων σε πυρηνικό αντιδραστήρα:



και



Ποιά από τις δύο θα προτιμήσετε ώστε να έχετε τη μεγαλύτερη ενεργειακή απόδοση; Εξηγήστε. Πόση ενέργεια θα παραχθεί σύμφωνα με αυτήν από την διάσπαση όλων των αρχικών πυρήνων;

Λύση: Πιό συμφέρουσα θα είναι η αντίδραση που μας δίνει μεγαλύτερη κινητική ενέργεια στα προϊόντα. Για να την υπολογίσω χρειάζομαι τις μάζες των εμπλεκόμενων πυρήνων. Για να τις υπολογίσω μπορώ να ακολουθήσω έναν από τους εξής τρεις τρόπους: (α) Να χρησιμοποιήσω τον τύπο του μοντέλου της υγρής σταγόνας για να υπολογίσω την ενέργεια σύνδεσης των πυρήνων και απο εκεί τις μάζες τους, όπως κάνουμε σε ασκήσεις παρακάτω. (β) Να χρησιμοποιήσω το διάγραμμα της ενέργειας σύνδεσης ανα νουκλεόνιο, να υπολογίσω την ενέργεια σύνδεσης και απο εκεί τις μάζες. (γ) Να βρώ τις μάζες κατ' ευθείαν από πίνακες.

Εδώ θα ακολουθήσω την προσέγγιση (β).

Από το διάγραμμα ή τους πίνακες έχω για τις ενέργειες σύνδεσης ανα νουκλεόνιο  $\epsilon_b(\text{U}) \simeq 7.58\text{MeV}$ ,  $\epsilon_b(\text{Pd}) \simeq 8.52\text{MeV}$ ,  $\epsilon_b(\text{Ge}) \simeq 8.70\text{MeV}$ ,  $\epsilon_b(\text{Nd}) \simeq 8.39\text{MeV}$ .

Υπολογίζω τις ποσότητες

$$\Sigma_1 \equiv 2M_{\text{Pd}} + m_n = 2 \times (46m_p + 69m_n - 115 \times 8.52\text{MeV}/c^2) + m_n \quad (3)$$

και

$$\Sigma_2 \equiv M_{\text{Ge}} + M_{\text{Nd}} + 2m_n$$

$$\begin{aligned}
&= 32m_p + 46m_n - 78 \times 8.70 \text{MeV}/c^2 \\
&+ 60m_p + 91m_n - 151 \times 8.39 \text{MeV}/c^2 + 2m_n
\end{aligned} \quad (4)$$

Εχοντας την ίδια αρχική κατάσταση, η διαφορά των κινητικών ενεργειών των δύο αντιδράσεων ισούται με

$$K_1 - K_2 = \Sigma_2 - \Sigma_1 = (2 \times 115 \times 8.52 - 78 \times 8.70 - 151 \times 8.39) \text{MeV} = 14.11 \text{MeV} \quad (5)$$

Άρα, πίο συμφέρουσα είναι η πρώτη αντίδραση.

**3.** Εκτιμείστε την κινητική ενέργεια ενός νουκλεονίου στον πυρήνα υποθέτοντας ότι λόγω της μικρής εμβέλειας αλληλεπίδρασης  $b \sim 2F$  με τα γειτονικά νουκλεόνια κάθε νουκλεόνιο είναι εγκλωβισμένο σε σφαιρικό όγκο ακτίνας περίπου ίσης με τη μισή εμβέλεια της δύναμης. Πόση είναι η ταχύτητα του νουκλεονίου;

Λύση: Από την αρχή της αβεβαιότητας έχουμε ότι η ορμή του νουκλεονίου είναι

$$p \sim \Delta p \sim \frac{\hbar}{\Delta x} = \frac{\hbar}{b}. \quad (6)$$

$$K = \frac{p^2}{2M} \sim \frac{\hbar^2}{2Mb^2} = \frac{\hbar^2}{2 \times 5 \times 200 \text{MeV} 4F^2} \sim 5.06 \text{MeV} \quad (7)$$

Η κινητική ενέργεια είναι κατά προσέγγιση  $K \simeq \frac{1}{2} Mv^2 = \frac{1}{2} Mc^2 (v/c)^2$ . Οπότε

$$\frac{v}{c} \simeq \sqrt{\frac{2K}{Mc^2}} \sim \sqrt{10.1/1000} \sim 0.1 \quad (8)$$

Όπως βλέπετε, οι ταχύτητες των νουκλεονίων στον πυρήνα μπορούν να θεωρηθούν μη σχετικιστικές.

**ΠΡΟΣΟΧΗ:** Χρησιμοποίησα τον τύπο της Νευτώνειας μηχανικής για την κινητική ενέργεια. Βρήκα ότι η κινητική ενέργεια είναι πολύ μικρότερη από την ενέργεια ηρεμίας  $Mc^2 \sim 1000 \text{MeV}$ , πράγμα που εκ των υστέρων δικαιώνει την χρήση του μή σχετικιστικού τύπου. Αν αντίθετα είχα βρεί την κινητική ενέργεια να είναι σημαντικό ποσοστό ή μεγαλύτερη της ενέργειας ηρεμίας, τότε θα έπρεπε να πάω πίσω και να χρησιμοποιήσω τους σχετικιστικούς τύπους.

**4.** Δίδονται οι πυρήνες και σε παρένθεση οι αντίστοιχες ατομικές μάζες σε ατομικές μονάδες μάζας και οι ενέργειες σύνδεσής τους σε MeV:  $^{27}\text{Al}$ (26.990080, 224.92),  $^{63}\text{Cu}$ (62.949607, 551.22) και  $^{130}\text{Xe}$ (129.944810, 1096.6). Υπολογίστε την ενέργεια Coulomb των πυρήνων αυτών και το λόγο αυτής προς την ολική ενέργεια σύνδεσης.

Λύση: Σύμφωνα με το μοντέλο της υγρής σταγόνας η ενέργεια Coulomb του πυρήνα είναι

$$E_C = a_3 \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} = 0.6 \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} \text{MeV} \quad (9)$$

$$E_C(\text{Al}) = 0.6 \times 13 \times 12 \times 27^{-1/3} \text{MeV} = 31.2 \text{MeV} \quad (10)$$

$$E_C/E_b(\text{Al}) = 31.2/224.92 = 0.13$$

$$E_C(\text{Cu}) = 0.6 \times 29 \times 28 \times 63^{-1/3} \text{MeV} = 122.46 \text{MeV} \quad (11)$$

$$E_C/E_b(\text{Cu}) = 122.46/551.22 = 0.222$$

$$E_C(\text{Xe}) = 0.6 \times 54 \times 53 \times 130^{-1/3} \text{MeV} = 339.034 \text{MeV} \quad (12)$$

$$E_C/E_b(Xe) = 339.034/1096.6 = 0.309$$

Όπως βλέπετε, η ενέργεια Coulomb αποτελεί όλο και μεγαλύτερο ποσοστό της ενέργειας σύνδεσης καθώς μεγαλώνει ο πυρήνας. Όπως ξέρουμε, από κάποιο  $Z$  και πάνω δεν είναι δυνατόν να σταθεροποιηθεί ο πυρήνας. Η ηλεκτροστατική άπωση (όντας άπειρης εμβέλειας) υπερνικάει την ισχυρή έλξη, που δρα μόνο στα γειτονικά νουκλεόνια, και διαλύει τον πυρήνα.

**5.** Υπολογίστε με το μοντέλο της Υγρής Σταγόνας την ολική ενέργεια σύνδεσης των δύο τελευταίων πυρήνων της άσκησης 4 και συγκρίνετέ τις με τις πειραματικές τιμές που σας δίνονται.

Λύση: (α) Ο χαλκός  ${}^{63}\text{Cu}$  έχει  $Z=29$  και  $N=34$ . Οπότε

$$\begin{aligned} E_b(A = 63, Z = 29) &= \\ &= (14 \times 63 - 13 \times 63^{2/3} - 0.6 \times \frac{29 \times 28}{63^{1/3}} - 19 \times \frac{25}{63}) \text{MeV} \\ &= (882 - 205.86 - 122.46 - 7.54) \text{MeV} \\ &= 546.14 \text{MeV} \end{aligned} \quad (13)$$

που διαφέρει μόνο κατά 1% από την πειραματική τιμή 551.22 MeV, που μας δίνεται. Βλέπετε για αρκετά μεγάλους πυρήνες το μοντέλο της υγρής σταγόνας δίνει εξαιρετικά καλά αποτελέσματα.

(β) Ομοίως.....

**6.** Υπολογίστε τις ατομικές μάζες των ατόμων με πυρήνες αυτούς της άσκησης 5 και συγκρίνετε τα αποτελέσματα με τις τιμές που σας δίνονται στην άσκηση 4.

Λύση: (α) Ο Χαλκός: Χρησιμοποιώντας την ενέργεια σύνδεσης που βρήκαμε παραπάνω και τις μάζες πρωτονίου και νετρονίου, βρίσκω με βάση τον ορισμό της ενέργειας σύνδεσης

$$\begin{aligned} {}^{63}_{29}\text{Cu} &= (29m_H + 34m_n) - E_b/c^2 \\ &= (29 \times 1.007825 + 34 \times 1.0087)u - 546.14/931.5u \\ &= (29.226925 + 34.2958 - 0.586302)u \\ &= 62.936423u \end{aligned} \quad (14)$$

με απόκλιση της τάξης του 0.01% από την δοσμένη τιμή.

**ΠΡΟΣΟΧΗ:** Για τον υπολογισμό της ατομικής μάζας προσθέτουμε και τις μάζες των τεσσάρων ηλεκτρονίων, οπότε  $29m_p + 29m_e \simeq 29m_H$ .

(β) Ομοίως .....

**7.** Ποιός πυρήνας περιμένετε να είναι πίο ευσταθής: (α)  ${}^7\text{Li}$  ή  ${}^8\text{Li}$ ; (β)  ${}^9\text{Be}$  ή  ${}^{10}\text{Be}$ ; Εξηγήστε.

Λύση: (α)  ${}^7\text{Li}$ , (β)  ${}^9\text{Be}$ . Στους μικρούς ευσταθείς πυρήνες το πλήθος των νετρονίων είναι πολύ κοντά στο πλήθος των πρωτονίων. Όσο πιο πολύ απομακρυνόμαστε απο την ισότητα πρωτονίων και νετρονίων, τόσο πιο ασταθής γίνεται ο πυρήνας.

**8.** Οι πυρήνες  ${}^{14}\text{O}$  και  ${}^{18}\text{O}$  είναι ασταθείς και δίνουν και οι δύο ακτινοβολία  $\beta$ . Ποιός δίνει  $\beta^+$  και ποιός  $\beta^-$ ; Εξηγήστε.

Λύση: Ο  $^{14}\text{O}$  έχει περίσσεια πρωτονίων και προτιμάει να μετατρέψει ένα πρωτόνιο σε νετρόνιο, οπότε δίνει ποζιτρόνιο, δηλαδή ακτινοβολία  $\beta^+$ . Αντίστοιχα ο  $^{18}\text{O}$  έχει περίσσεια νετρονίων και δίνει  $\beta^-$ .