

ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ LORENTZ

Βασισμένη στην ύλη των βίντεο της δεύτερης βδομάδας, που περιλαμβάνει: τον μετασχηματισμό Lorentz (α) των χωροχρονικών συντεταγμένων, (β) της ταχύτητας και (γ) της επιτάχυνσης σώματος, καθώς επίσης και (δ) τις έννοιες του αναλοιώτου στοιχείου μήκους Minkowski, και (ε) την έννοια του ιδιοχρόνου.

Θ. Τομαράς

1. Οι διαφορές των συντεταγμένων  $(ct, x, y, z)$  δύο γεγονότων ως προς εσάς είναι  $(1m, 2m, 3m, 1m)$ . Ποιές είναι οι ποσότητες αυτές ως προς παρατηρητή που κινείται ως προς εσάς με ταχύτητα  $\mathbf{v} = (\sqrt{3}c/2, 0, 0)$ ;  
Απάντηση:  $(\sqrt{2} - \sqrt{6}, 2\sqrt{2} - \sqrt{6}/2, 3, 1)m$ .
2. Η διαφορές  $(c\Delta t, \Delta x, \Delta y, \Delta z)$  των συντεταγμένων δύο γεγονότων ως προς παρατηρητή  $\Sigma$  είναι  $(10m, 3m, 4m, 0)$ . Άλλος αδρανειακός παρατηρητής  $\Sigma'$  μετράει για τις τρεις πρώτες διαφορές  $\{10m, 0, 0\}$ , αντίστοιχα. Πόσο είναι το  $|\Delta z'|$  κατά τον  $\Sigma'$  και ποιά είναι η σχέση των δύο παρατηρητών;  
Απάντηση: 5
3. Δύο γεγονότα λαμβάνουν χώρα ταυτόχρονα πάνω στον άξονα  $x$  του συστήματός σας και σε απόσταση  $\Delta x = 1 ly$ . Είναι τα δύο αυτά γεγονότα ταυτόχρονα ως προς παρατηρητή που κινείται με ταχύτητα  $(V, 0, 0)$  ως προς εσάς;  
Απάντηση: Όχι.  $\Delta t' = -V/\sqrt{1 - V^2/c^2}$  years.
4. Διαστημόπλοιο που κινείται ως προς εσάς με ταχύτητα  $(0.99999999c, 0, 0)$  εκπέμπει φωτεινό σήμα στη θετική κατεύθυνση του άξονα των  $x$ . Ποιά είναι η ταχύτητα του σήματος ως προς εσάς;  
Απάντηση:  $c$ .
5. Δύο κοσμοναύτες που ταξιδεύουν ακτινικά ως προς τη Γη, μετράνε την ταχύτητα ενός απομακρυνόμενου και ως προς τους δύο γαλαξία και βρίσκουν ότι είναι ακτινική με μέτρο  $v_1$  και  $v_2$ , αντίστοιχα. Πόση είναι η σχετική ταχύτητα των κοσμοναυτών;  
Απάντηση:  $|v_1 - v_2|/(1 - v_1v_2/c^2)$ .
6. Από αστέρα που απομακρύνεται ακτινικά από εμάς με ταχύτητα  $V$  εκπέμπεται δέσμη σωματιδίων με μέση ταχύτητα  $u$  ως προς τον αστέρα και με κατεύθυνση προς εμάς. Τί ταχύτητα έχουν τα σωματίδια αυτά ως προς εμάς;  
Απάντηση:  $(V - u)/(1 - Vu/c^2)$ .
7. Η ταχύτητα σώματος ως προς εσάς είναι  $(V_1, V_2, 0)$ . Τί ταχύτητα θα μετρήσει για το σώμα αυτό παρατηρητής που κινείται ως προς εσάς με ταχύτητα  $(0, u, 0)$ ;  
Απάντηση:  $((V_1\sqrt{1 - u^2/c^2})/(1 - uV_2/c^2), (V_2 - u)/(1 - uV_2/c^2), 0)$

8. Από δορυφόρο που γυρνάει γύρω από τη Γη σε ακτίνα  $R = 200.000 \text{ km}$  με ταχύτητα  $V_{\Delta}$  εκπέμπεται σώμα με κατεύθυνση τη Γη και με ταχύτητα  $V$  ως προς τον δορυφόρο. Τί ταχύτητα έχει το σώμα αυτό ως προς την Γη;

Απάντηση: Με άξονες  $x'$  εφαπτομενικό στην τροχιά του δορυφόρου,  $y'$  από την Γη προς τον δορυφόρο, και  $z'$  κάθετο στους προηγούμενους, έχουμε  $(V_{\Delta}, V\sqrt{1 - V_{\Delta}^2/c^2}, 0)$ .

9. Παρατηρητής ταξίδεψε για ένα έτος κατά μήκος της τροχιάς

$$x(t) = \frac{1}{\pi} \sin(\pi t/1\text{year}) \text{lys}, t \in [0, 1\text{year}]$$

όπως περιγράφεται στο αδρανειακό σύστημα  $\Sigma$ . Πόσο χρόνο του πήρε το ταξίδι αυτό;

Απάντηση:  $\tau = \frac{1}{c} \int_{t=0}^{t=t_0} c dt \sqrt{1 - \frac{1}{c^2} \left(\frac{dx}{dt}\right)^2}$  με  $x(t) = \frac{L}{\pi} \sin(\pi t/t_0)$  όπου  $L = 1\text{lyr}$  και  $t_0 = 1\text{yr}$ .

Αποτέλεσμα:  $\tau = 2t_0/\pi$ .

10. Ρολοί διαγράφει την τροχιά  $\Gamma$  και δείχνει αλλαγή χρόνου  $\Delta\tau$  ως προς παρατηρητή  $\Sigma$ . Τί θα δει για την αλλαγή του χρόνου παρατηρητής  $\Sigma'$  με σχετική ταχύτητα  $(V, 0, 0)$  ως προς τον  $\Sigma$ ;

Απάντηση:  $\Delta\tau$ . Ο χρόνος που δείχνει το ρολοί είναι εξ' ορισμού ανεξάρτητος από το ποιός το βλέπει. Το "...ως προς παρατηρητή  $\Sigma$ ." είναι εκεί για να σας μπερδέψει.