

ΣΕΙΡΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ 9

ΝΑ ΛΥΣΕΤΕ ΤΙΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ 2, 5, 7, 14, 15 και 17.

ΠΑΡΑΔΟΣΗ ΤΗΝ ΠΕΜΠΤΗ 13 ΜΑΙΟΥ ΣΤΟ ΜΑΘΗΜΑ.

Διδάσκων: Θεόδωρος Ν. Τομαράς

1. Δίδεται η αντίδραση



όπου το βαρυόνιο Δ^{+++} έχει σπιν $1/2$, παραδοξότητα $S = 0$, ισοτοπικό σπιν $I = 3/2$ και $I_3 = 3/2$, και μάζα $1620 \text{ MeV}/c^2$.

(α) Προσδιορίστε το περιεχόμενο σε στοιχειώδη σωματίια των σωματιδίων που εμφανίζονται στην αντίδραση.

(β) Είναι η αντίδραση αυτή ισχυρή; Εξηγήστε.

(γ) Σχεδιάστε ένα όσο το δυνατόν πιο απλό διάγραμμα *Feynman* που την περιγράφει στη γλώσσα των στοιχειωδών σωματιδίων.

Λύση: (α) Από τα στοιχεία που δίνονται προκύπτει ότι $\Delta^{+++} = (uuu)$. Τα άλλα είναι γνωστά από τις σημειώσεις του μαθήματος.

(β) Μπορείτε να δείτε ότι ΔΕΝ παραβιάζεται κανείς κβαντικός αριθμός, και αφού όλα τα συμμετέχοντα σωματίια είναι αδρόνια, η αντίδραση είναι ισχυρή.

(γ) Αφού η αντίδραση μπορεί να είναι ισχυρή, το κύριο διάγραμμα που την περιγράφει θα είναι το απλούστερο με μόνο κουάρκ και γλιόνια. Ένα τέτοιο παίρνω ως εξής:

Δύο γλιόνια που εκπέμπονται από τα τρία αρχικά u κουάρκ δημιουργούν το καθένα από ένα ζευγάρι d και \bar{d} . Έτσι έχω $3u, 2d$ και $2\bar{d}$, που συνδυάζονται και δίνουν το νετρόνιο και τα δύο π^+ .

2. Τα ίδια για την αντίδραση

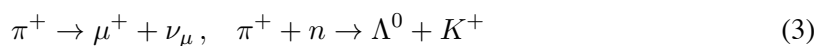


Λύση: (α) Με δεδομένους (βλέπε Πίνακα σωματιδίων) τους κβαντικούς αριθμούς του Λ συμπεραίνω ότι $\Lambda = (uds)$. Επίσης, ως γνωστόν $n = (udd)$ και $\pi^0 = (u\bar{u})$ ή $(d\bar{d})$.

(β) Η αντίδραση παραβιάζει την παραδοξότητα κατά 1. Με δεδομένο ότι γίνεται, θα είναι ασθενής.

(γ) Το s του Λ γίνεται u εκπέμποντας ένα W , το οποίο στη συνέχεια διασπάται σε \bar{u} και d . Το \bar{u} με το u από το s δίνουν το πόνιο, ενώ τα αρχικά u και d , μαζί με το d από το W δίνουν το n .

3. Τα ίδια για τις αντιδράσεις



Λύση: Τα μ^\pm και ν_μ είναι στοιχειώδη. Το περιεχόμενο των υπολοίπων σε κουάρκ τα έχουμε πει στη τάξη. Θα τα βρείτε στις σημειώσεις.

Η πρώτη αντίδραση είναι ασθενής, αφού υπάρχει νεutrino. Η δεύτερη είναι ισχυρή, αφού όπως μπορείτε να ελέγξετε δεν παραβιάζει κανένα νόμο διατήρησης και τα συμμετέχοντα σωματίια είναι όλα αδρόνια.

Το κύριο διάγραμμα που περιγράφει τη πρώτη αντίδραση είναι ως εξής: Τα αρχικά u και \bar{d} εξουδετερώνονται και γίνονται W^+ , το οποίο στη συνέχεια δίνει μ^+ και ν_μ .

Το κύριο διάγραμμα που περιγράφει τη δεύτερη αντίδραση έχει ΜΟΝΟ γλοιόνια (αφού μπορεί να γίνει ισχυρά) και είναι ως εξής: Το αρχικό \bar{d} του πιονίου με ένα από τα d του n δίνουν ένα γλοιόνιο, το οποίο στη συνέχεια δίνει s και \bar{s} . Οπότε τα εναπομείναντα αρχικά u, u και d μαζί με τα νέα s και \bar{s} δίνουν το $\Lambda^0(uds)$ και το $K^+(u\bar{s})$.

4. Οι παρακάτω αντιδράσεις είναι απαγορευμένες. Εξηγήστε γιατί, για κάθε μία χωριστά.

$$p + p \rightarrow p + \pi^+ \quad (4)$$

$$p + p \rightarrow p + p + n \quad (5)$$

$$\gamma + p \rightarrow n + \pi^0 \quad (6)$$

$$p + \bar{p} \rightarrow e + e^+ + \nu_e \quad (7)$$

$$\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma + \nu_e + \nu_e \quad (8)$$

$$\Lambda^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^- \quad (9)$$

Λύση: (1) J, B , (2) J, B , (3) Q , (4) J, L , (5) L , (6) J, B .

5. Το αυτό για τις αντιδράσεις

$$(a) p \rightarrow e^+ + \pi^0 + \gamma, \quad (b) n \rightarrow p + \pi^0, \quad (c) \nu_e + p \rightarrow e^+ + n \quad (10)$$

Λύση: (a) B, L . (b) $(E, P), Q$. (c) L .

6. Θεωρείστε τις παρακάτω δύο αντιδράσεις

$$\pi^- + p \rightarrow K^- + \Sigma^+ \quad (11)$$

$$\pi^- + p \rightarrow \pi^- + \Sigma^+ \quad (12)$$

(α) Είναι επιτρεπτές ή όχι;

(β) Ποιά είναι η πιο πιθανή να συμβεί; Εξηγήστε.

Λύση: (α) Η πρώτη παραβιάζει την παραδοξότητα κατά $|\Delta S| = 2$ και την συνιστώσα I_3 του ισотоπικού σπιν κατά 1. Άρα είναι ΜΗ επιτρεπτή¹.

Η δεύτερη παραβιάζει την παραδοξότητα κατά $|\Delta S| = 1$, το I_3 κατά 1/2 και το ισотоπικό σπιν $|\Delta I| = 1/2$, ενώ σέβεται όλους τους υπόλοιπους κβαντικούς αριθμούς. Αυτά επιτρέπουν να μπορεί να γίνει και να είναι ΑΣΘΕΝΗΣ.

(β) Σύμφωνα και με την υποσημείωση, η πρώτη απαιτεί διπλή δράση της ασθενούς αλληλεπίδρασης. Η δεύτερη μόνο με απλή δράση της ασθενούς αλληλεπίδρασης. Επομένως, η πρώτη είναι πολύ (100000 φορές) πιο σπάνια από την δεύτερη.

7. Το ίδιο για τις διασπάσεις

$$(a) \Xi^0 \rightarrow \Lambda^0 + e^+ + e^-, \quad (b) \Xi^0 \rightarrow p + \pi^- \quad (13)$$

Λύση: (α) Και οι δύο διασπάσεις είναι δυνατές, αφού εύκολα μπορείτε να βεβαιωθείτε ότι σέβονται τους νόμους διατήρησης ενέργειας, ορμής, στροφορμής, βαρυονικού αριθμού, λεπτονικού αριθμού και ηλεκτρικού φορτίου.

¹ Για να είμαι ακριβέστερος, η πιθανότητα να συμβεί μια τέτοια αντίδραση είναι χοντρικά το τετράγωνο της πιθανότητας να συμβεί μια ασθενής αντίδραση, άρα είναι περί τις 100000 φορές ασθενέστερη της ασθενούς.

(b) Η πρώτη διάσπαση παραβιάζει την παραδοξότητα κατά 1 και η δεύτερη κατά 2. Θα έλεγε λοιπόν κανείς ότι η πρώτη είναι πίο πιθανή να συμβεί, αφού η δεύτερη απαιτεί τη δράση της ασθενούς δύο φορές. Αν όμως προσπαθήσετε να σχεδιάσετε διάγραμμα Feynman που να περιγράφει την πρώτη, διαπιστώνεται ότι και αυτή απαιτεί τη διπλή χρήση της ασθενούς αλληλεπίδρασης, που πρώτα παίρνει το s του Ξ και το μετατρέπει σε u εκπέμποντας ένα W , το οποίο στη συνέχεια αποροφιάται από το u και γίνεται d . Έτσι με τη διπλή δράση της ασθενούς έχουμε μετατροπή ενός s του Ξ σε d . Από το ενδιάμεσο W ή κάποιο άλλο φορτισμένο σωματίο που συμμετέχει στην αντίδραση εκπέμπεται ένα φωτόνιο, που στη συνέχεια δίνει ηλεκτρόνιο και ποζιτρόνιο. Έτσι οι δύο αντιδράσεις είναι σχεδόν εξ' ίσου πιθανές.

8. Μέχρι πριν μερικά χρόνια πιστεύαμε ότι υπήρχαν τρεις διατηρούμενοι λεπτονικοί αριθμοί L_e , L_μ και L_τ , αναφερόμενοι ο καθένας στην αντίστοιχη οικογένεια λεπτονίων. Για παράδειγμα $L_e(e) = -1 = L_e(\nu_e) = -L_e(\bar{e}) = -L_e(\bar{\nu}_e)$ ενώ $L_e(\mu) = 0 = L_e(\tau) = L_e(\nu_\mu) = L_e(\nu_\tau)$, και αντίστοιχα με τους άλλους.

Υποθέστε ότι αυτό ισχύει ακόμα (ισχύει έτσι κι αλλιώς κατά προσέγγιση) και
(α) αποφασίστε τί νετρίνο λείπει από κάθε μία από τις παρακάτω αντιδράσεις

$$\pi^- \rightarrow \mu^- + ?? \quad (14)$$

$$?? + p \rightarrow n + e^+ \quad (15)$$

$$?? + n \rightarrow p + \mu^- \quad (16)$$

$$K^+ \rightarrow \mu^+ + ?? \quad (17)$$

(β) Εξηγήστε πώς διασπάται το μόνιο και γιατί η αντίδραση διάσπασής του είναι σχεδόν μονοσήμαντη.

Λύση: (α) (14): $\bar{\nu}_\mu$, (15): $\bar{\nu}_e$, (16): ν_μ , (17): ν_μ .

(β) Η κύρια αντίδραση διάσπασης του μονίου είναι

$$\mu^- \rightarrow e + \bar{\nu}_e + \nu_\mu \quad (18)$$

Η παραπάνω αντίδραση είναι μονοσήμαντη με βάση το εξής σκεπτικό: (i) Τα προϊόντα της διάσπασης ενός σωματίου πρέπει να είναι ελαφρύτερα από το αρχικό σωματίο. Σωματία ελαφρύτερα από το μόνιο είναι το e , τα νετρίνα και τα αντισωματίά τους, και το φωτόνιο. Μόνο σε τέτοια μπορεί να διασπαστεί το μόνιο.

(ii) Πρέπει να διατηρείται το ηλεκτρικό φορτίο. Άρα θα πάρουμε e σύν συνολικά ουδέτερο υπόλοιπο.

(iii) Για να διατηρούνται οι κβαντικοί αριθμοί L_e και L_μ πρέπει να έχουμε ακόμα και $\bar{\nu}_e$ και ν_μ στο δεξί μέλος. Επομένως, $\mu^- \rightarrow e + \bar{\nu}_e + \nu_\mu + \text{neutral}$.

Η απλούστερη διάσπαση είναι αυτή που γράφω παραπάνω. Πράγματι είναι ο τρόπος που διασπώνται 99% των μονίων. Περί τις $1/\alpha \sim 137$ φορές σπανιότερη είναι η αντίδραση

$$\mu^- \rightarrow e + \bar{\nu}_e + \nu_\mu + \gamma \quad (19)$$

και ακόμα πίο σπάνια η

$$\mu^- \rightarrow e + \bar{\nu}_e + \nu_\mu + e^+ + e^- \quad (20)$$

9. Δέσμη πιονίων με ενέργεια 1GeV πέφτει σε στόχο ακίνητων πρωτονίων και δίνει την ισχυρή αντίδραση

$$\pi^- + p \rightarrow \Lambda^0 + ?? \quad (21)$$

Τί είναι το άγνωστο σωματίο;

Λύση: Δεδομένου ότι η αντίδραση είναι ισχυρή, διατηρεί την παραδοξότητα. Το βαρυόνιο Λ^0 έχει παραδοξότητα -1 . Άρα το άγνωστο μεσόνιο (ΔΕΝ μπορεί να είναι βαρυόνιο) έχει παραδοξότητα $+1$, φορτίο μηδέν και μάζα μικρότερη από $\sim 0.7\text{GeV}$ για να μπορεί να παραχθεί με τη διαθέσιμη ενέργεια της δέσμης. Άρα είναι το K^0 .

10. Το μεσόνιο ρ^+ διασπάται κύρια

$$\rho^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^0 \quad (22)$$

και έχει μέσο χρόνο ζωής $\tau_\rho \sim 10^{-23}\text{sec}$.

Αντίστοιχα το K^+ διασπάται κατά πολλούς τρόπους

$$\begin{aligned} K^+ &\rightarrow \pi^+ + \pi^0 \\ &\rightarrow \mu^+ + \nu_\mu \\ &\rightarrow \pi^+ + \pi^+ + \pi^+ + \pi^- \\ &\rightarrow \pi^0 + e^+ + \nu_e \end{aligned} \quad (23)$$

και έχει μέσο χρόνο ζωής ΠΟΛΥ ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΟ, δηλαδή $\tau_K \sim 10^{-10}\text{sec}$.

Πώς εξηγείτε τη διαφορά αυτή;

Λύση: Το ρ^+ έχει παραδοξότητα μηδέν. Η διάσπασή του διατηρεί και την παραδοξότητα και επομένως είναι ισχυρή με τον χαρακτηριστικό για ισχυρή διάσπαση χρόνο ζωής.

Αντίθετα, το K^+ έχει μη μηδενική παραδοξότητα και είναι το ελαφρύτερο παράδοξο σωματίο. Άρα οι διασπάσεις του αναγκαστικά παραβιάζουν την παραδοξότητα. Επομένως είναι ασθενείς, με συνέπεια να είναι πολύ πιο αργές και να οδηγούν σε μεγάλο χρόνο ζωής του K^+ .

11. (α) Να γράψετε δύο υποθετικές αντιδράσεις με ηλεκτρόνια, ποζιτρόνια και φωτόνια με τα εξής χαρακτηριστικά: Η πρώτη να είναι αδύνατη λόγω παραβίασης ΜΟΝΟ του νόμου διατήρησης του ηλεκτρικού φορτίου και η δεύτερη ΜΟΝΟ λόγω παραβίασης του νόμου διατήρησης της ενέργειας. (β) Υπάρχει αντίδραση που παραβιάζει ΜΟΝΟ το ηλεκτρικό φορτίο κατά 1, ενώ διατηρεί τη στροφορμή;

Λύση: (α) (i) $e^- + \gamma \rightarrow e^- + e^- + e^-$ και (ii) $e^- \rightarrow e^- + e^- + e^+$.

(β) ΟΧΙ.

12. Το φαινόμενο *Compton* είναι η σκέδαση φωτός από ηλεκτρικό φορτίο. Περιγράφεται από την αντίδραση $\gamma + e^- \rightarrow \gamma + e^-$. Να σχεδιάσετε το βασικό διάγραμμα *Feynman* που περιγράφει το φαινόμενο.

13. Αδρόνιο αποτελείται από τα κουάρκ u , d και c . (α) Ποιοί είναι οι κβαντικοί αριθμοί ηλεκτρικό φορτίο, βαρυονικός αριθμός, παραδοξότητα, ισотоπικό σπιν και τρίτη προβολή του ισотоπικού σπιν του αδρονίου αυτού. (β) Ποιές είναι οι δυνατές τιμές της ολικής στροφορμής του εν λόγω αδρονίου;

Λύση: (α) $Q = 1, B = 1, S = 0, I = 0, 1$ και $I_3 = 0$. (β) Το ολικό σπιν των τριών κουάρκ είναι $spin = 1/2, 3/2$. Σύνθεση αυτών με την ακέραια τροχιακή στροφορμή δίνει για τις δυνατές τιμές της ολικής στροφορμής δηλ. του σπιν του αδρονίου τις $1/2, 3/2, 5/2, 7/2, \dots$

14. Βαρυόνιο έχει κβαντικούς αριθμούς $Q = 0, S = -1, I = 0$, και μάζα μικρότερη από $2\text{GeV}/c^2$. Να προσδιοριστούν τα συστατικά του quarks.

Λύση: Αφού είναι βαρυόνιο, αποτελείται από 3 quarks. Αφού $S=-1$, το ένα ακριβώς είναι s. Αφού η μάζα είναι μικρότερη από 2 GeV, τα άλλα δύο είναι αναγκαστικά u ή d. Και αφού το φορτίο είναι 0, το ένα είναι u και το άλλο d. Άρα το σωματίο είναι (uds) με τα u και d σε συνδυασμό συνολικού ισοτοπικού σπιν 0.

15. Βαρυόνιο έχει $Q = 2$ και μάζα μικρότερη από $3 \text{ GeV}/c^2$. Να προσδιορίσετε τα συστατικά του κουάρκς και τις δυνατές τιμές του ισοτοπικού του σπιν.

Λύση: Αφού πρόκειται για βαρυόνιο, θα αποτελείται από 3 κουάρκς. Φορτίο 2 συνεπάγεται ότι τα τρία κουάρκς θα είναι από τα u, c και t. Ο περιορισμός στη μάζα αφήνει μόνο δύο δυνατότητες. Είτε (uuu) είτε (uuc). Το πρώτο μπορεί να έχει ισοτοπικό σπιν 1/2 ή 3/2, ενώ το δεύτερο 0 ή 1. Άρα, τα δεδομένα της εκφώνησης αφήνουν πολλές επιλογές για το τί μπορεί να είναι το σωματίο αυτό. Ιδιαίτερα αν λάβει κανείς υπ' όψιν του και τις δυνατές τιμές του σπιν που μπορεί να έχει.

16. (α) Να αποδείξετε ότι η αντίδραση $\Delta^{++} \rightarrow p + \pi^+$ είναι ισχυρή. (β) Να σχεδιάσετε το βασικό διάγραμμα *Feynman* που την περιγράφει.

Λύση: (α) Η δοσμένη αντίδραση έχει μόνο αδρόνια και δεν παραβιάζει κανένα κβαντικό αριθμό.

(β) Το Δ^{++} έχει 3 u κουάρκς, το πρωτόνιο 1 u και 2 d και το π^+ 1 u και 1 \bar{d} . Ο τρόπος που γίνεται η αντίδραση είναι: κάποιο από τα αρχικά u κουάρκς εκπέμπει ένα γλοιόνιο, το οποίο στη συνέχεια δίνει ένα d και ένα \bar{d} . Δύο από τα αρχικά u και το d φτιάχνουν το p, ενώ το τρίτο u με το \bar{d} φτιάχνουν το π^+ .

17. Το ίδιο για την διάσπαση του μεσονίου $\phi(s\bar{s})$ μάζας $1020 \text{ MeV}/c^2$ και σπιν 1

$$\phi(s\bar{s}) \rightarrow K^+ + K^- \quad (24)$$

Λύση: (α) Εύκολα μπορείτε να ελέγξετε ότι η αντίδραση αυτή δεν παραβιάζει κανένα νόμο διατήρησης. Και αφού έχει μόνο αδρόνια είναι ισχυρή.

(β) Κάποιο από τα κουάρκς του ϕ εκπέμπει ένα γλοιόνιο, το οποίο στη συνέχεια δίνει ένα ζευγάρι u και \bar{u} . Το u με το αρχικό \bar{s} δίνει το K^+ , ενώ το \bar{u} με το αρχικό s δίνει το K^- .