

ΕΠΙΠΛΕΟΝ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΡΟΕΤΟΙΜΑΣΙΑΣ

Πάνω στην ύλη της 5ης εβδομάδας, που περιλαμβάνει το φαινόμενο Doppler, χρήσεις σχετικιστικών αναλλοιώτων και διαγράμματα Minkowski.

Θ. Τομαράς

1. Φωτόνιο από απομακρυνόμενο γαλαξία με ταχύτητα μέτρου u φτάνει σε εμάς με ενέργεια E . Πόση είναι η ενέργειά του E' ως προς το σύστημα ηρεμίας του γαλαξία;
Απάντηση: $E\sqrt{(1+u/c)/(1-u/c)}$
2. Εξωγήινος, που μας πλησιάζει με ταχύτητα 1.5×10^5 km/sec εκπέμπει προς εμάς φωτόνιο, που φτάνει σε εμάς με ενέργεια 1keV. Πόση ήταν σε keV η ενέργειά του ως προς τον εξωγήινο;
Απάντηση: $\sqrt{3}/3$
3. Από γαλαξία που απομακρύνεται από εμάς με ταχύτητα 1.5×10^5 km/sec λαμβάνουμε φωτόνιο με ενέργεια 1MeV. Πόση ήταν σε MeV η ενέργειά του ως προς τον γαλαξία;
Απάντηση: $\sqrt{3}$
4. Από δορυφόρο, που γυρνάει σε κυκλική τροχιά περί την Γη με ταχύτητα v , εκπέμπεται προς τη Γη φως συχνότητας f . Τί συχνότητα έχει το φως κατά την άφιξή του στη Γη;
Απάντηση: $f\sqrt{1-v^2/c^2}$
5. Από δορυφόρο, που γυρνάει σε κυκλική τροχιά γύρω από τη Γη με ταχύτητα v , εκπέμπεται προς τη Γη φως, που φτάνει στη Γη με συχνότητα f . Τί συχνότητα έχει το φως ως προς τον δορυφόρο;
Απάντηση: $f/\sqrt{1-v^2/c^2}$
6. Η τετραορμή $(E/c, p_x, p_y, p_z)$ φωτονίου ως προς τον επιβάτη ενός διαστημοπλοίου, που έχει ταχύτητα $(0, 0, u)$ ως προς την Γη, είναι $(hf/c, 0, a, b)$, όπου h η σταθερά του Planck. Τί συχνότητα έχει το φωτόνιο αυτό ως προς τον γήινο παρατηρητή;
Απάντηση: $\frac{f}{\sqrt{1-u^2/c^2}} \left(1 + \frac{ub}{c\sqrt{a^2+b^2}}\right)$
7. Διαστημόπλοιο έχει ταχύτητα $(0, c\sqrt{3}/2, 0)$ ως προς την Γη. Η ενέργεια και η ορμή φωτονίου είναι ως προς τον γήινο παρατηρητή 5 MeV και $(3, 4, 0)$ MeV/c, αντίστοιχα. Τί συχνότητα (σε MeV/h, όπου h η σταθερά του Planck) μετράει για το φωτόνιο αυτό ο επιβάτης του διαστημοπλοίου;
Απάντηση: $10 - 4\sqrt{3}$
8. Η ορμή (p_x, p_y, p_z) φωτονίου που φτάνει σε εμάς από δορυφόρο είναι σε MeV/c $(0, 0, -5)$ ως προς γήινο παρατηρητή. Αν η ταχύτητα του δορυφόρου ως προς τη Γη είναι $(0, 0, c/2)$, τί συχνότητα σε MeV/h (h είναι η σταθερά του Planck) είχε το φωτόνιο στο σύστημα του δορυφόρου;
Απάντηση: $5\sqrt{3}$
9. Τί παριστούν τα σημεία του χωρόχρονου Minkowski;
Απάντηση: Γεγονότα
10. Σύμφωνα με τον παρατηρητή Σ το γεγονός A προηγείται του B με $t_B - t_A = 1$ sec. Ένας άλλος παρατηρητής Σ' μετράει για τα δύο αυτά γεγονότα $t'_B - t'_A = -1$ sec. Πόση είναι η σχετική ταχύτητα των δύο παρατηρητών;
Απάντηση: Δεν έχω αρκετά δεδομένα για να αποφασίσω.

11. Δύο γεγονότα A και B στο χωρόχρονο Minkowski, έχουν χωροχρονικές συντεταγμένες (ct, x, y, z) σε δευτερόλεπτα φωτός ($c \text{ sec}$): $(8, 7, 1, -3)$ και $(3, 4, 1, -3)$, αντίστοιχα. Είναι δυνατόν τα γεγονότα αυτά να βρίσκονται πάνω στην κοσμική τροχιά ενός σωματιδίου;
Απάντηση: ΝΑΙ
12. Δύο γεγονότα A και B στο χωρόχρονο Minkowski, έχουν χωροχρονικές συντεταγμένες (ct, x, y, z) σε δευτερόλεπτα φωτός ($c \text{ sec}$): $(7, 9, 2, 3)$ και $(3, 4, 2, 3)$, αντίστοιχα. Είναι δυνατόν τα γεγονότα αυτά να βρίσκονται πάνω στην κοσμική τροχιά κάποιου σωματιδίου;
Απάντηση: ΟΧΙ
13. Δύο γεγονότα A και B στο χωρόχρονο Minkowski με χωροχρονικές συντεταγμένες (ct, x, y, z) σε δευτερόλεπτα φωτός ($c \text{ sec}$): $(7, 8, -2, -1)$ και $(3, 4, -2, -1)$ αντίστοιχα, βρίσκονται πάνω στη κοσμική τροχιά σωματιδίου. Πόση είναι η μάζα του σωματιδίου;
Απάντηση: 0
14. Ταξιδιώτης μετακινείται με σταθερή ταχύτητα από το σημείο $(0, 0)$ στο σημείο $(10c \text{ sec}, 8c \text{ sec})$ στο επίπεδο (ct, x) του χωρόχρονου Minkowski. Πόσος χρόνος δείχνει το ρολοί του ότι πέρασε για τη μετακίνησή του αυτή;
Απάντηση: 6 sec
15. Ταξιδιώτης μετακινήθηκε με σταθερή ταχύτητα από το σημείο $(2c \text{ sec}, -1c \text{ sec}, 1c \text{ sec}, \sqrt{3}c \text{ sec})$ στο σημείο $(7c \text{ sec}, 2c \text{ sec}, 3c \text{ sec}, 0)$ σε συντεταγμένες (ct, x, y, z) του χωρόχρονου Minkowski. Πόσος χρόνος δείχνει το ρολοί του ότι πέρασε για τη μετακίνησή του αυτή;
Απάντηση: 3 sec
16. Ταξιδιώτης μετακινήθηκε από το σημείο $(0, 0, 0, 0)$ στο σημείο $(10c \text{ sec}, 3c \text{ sec}, 4c \text{ sec}, \sqrt{11}c \text{ sec})$ σε συντεταγμένες (ct, x, y, z) του χωρόχρονου Minkowski. Πόσος χρόνος δείχνει το ρολοί του ότι πέρασε για τη μετακίνησή του αυτή;
Απάντηση: Τα δεδομένα δεν είναι αρκετά για να αποφασίσω.
17. Η ελάχιστη ενέργεια σε MeV του φωτονίου ώστε να είναι δυνατή η αντίδραση $\gamma + e^- \rightarrow e^- + e^+ + e^- + e^+ + e^-$ με το αρχικό ηλεκτρόνιο ακίνητο, είναι ($m_e \simeq 0.5 \text{ MeV}/c^2$):
Απάντηση: 6
18. Φωτόνιο με ενέργεια 3.5 GeV συγκρούεται με ακίνητο πρωτόνιο. Είναι δυνατόν να λάβει χώρα η αντίδραση $\gamma + p \rightarrow p + n + \bar{n}$; (Δίδονται οι μάζες του πρωτονίου και του νετρονίου $m_p \simeq m_n = m_{\bar{n}} \simeq 1 \text{ GeV}/c^2$):
Απάντηση: ΟΧΙ
19. Παρατηρητής Σ μετράει την ολική ενέργεια και ορμή συστήματος και βρίσκει 10 MeV και $(4, -4, -4\sqrt{2}) \text{ MeV}/c$, αντίστοιχα. Άλλος παρατηρητής Σ' βρίσκει για την ορμή $(-3, 4, \sqrt{3}) \text{ MeV}/c$. Πόση είναι σε MeV η ενέργεια του συστήματος ως προς τον Σ';
Απάντηση: 8
20. Τα τετρανύσματα των ορμών δύο συστημάτων A και B ως προς τον παρατηρητή Σ είναι $(E_A/c, \mathbf{p}_A)$ και $(E_B/c, \mathbf{p}_B)$, αντίστοιχα. Πόση είναι η ενέργεια του A στο σύστημα ηρεμίας του B;
Απάντηση: $(E_A E_B - c^2 \mathbf{p}_A \cdot \mathbf{p}_B) / \sqrt{E_B^2 - c^2 \mathbf{p}_B^2}$