

1. Ξεκινώντας από τους τύπους της ενέργειας και της ορμής σώματος μάζας m που κινείται στην κατεύθυνση του άξονα των x με ταχύτητα v , να αποδείξετε τους τύπους για την ενέργεια E' και την ορμή p'_x ως προς παρατηρητή με σχετική ταχύτητα V , επίσης στην κατεύθυνση x ως προς τον αρχικό. Να δείξετε ότι οι ποσότητες (E, cp_x) μετασχηματίζονται κάτω από μετασχηματισμούς Lorentz όπως ακριβώς οι (ct, x) , ήτοι

$$E' = \frac{E - (V/c)cp_x}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}, \quad cp'_x = \frac{cp_x - (V/c)E}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}. \quad (1)$$

2. Ηλεκτρόνιο μάζας m και ηλεκτρικού φορτίου q αφήνεται από τη θέση $x=0$ και με αρχική ταχύτητα $v=0$ μέσα σε γραμμικό επιταχυντή με ομογενές και σταθερό ηλεκτρικό πεδίο έντασης E με $qE/m = w = \text{σταθερά}$. (α) Να υπολογισθεί και να σχεδιαστεί η επιτάχυνσή του $a(t)$. Σχολιάστε τα βασικά χαρακτηριστικά της καμπύλης που σχεδιάσατε. Πώς συμπεριφέρεται για μικρούς χρόνους και πώς για μεγάλους; (β) Να χρησιμοποιήσετε τον τύπο μετασχηματισμού της επιτάχυνσης για να υπολογίσετε την επιτάχυνση του φορτίου ως προς το σύστημα ηρεμίας του. (γ) Να υπολογίσετε την κινητική ενέργεια του φορτίου στη θέση $x=L/2$, τόσο ως προς το σύστημα ηρεμίας του, όσο και ως προς το σύστημα του εργαστηρίου.

3. Δύο σώματα με μάζες m_1 και m_2 αντίστοιχα, έχουν ενέργειες και ορμές (E_1, \mathbf{p}_1) και (E_2, \mathbf{p}_2) . (α) Να υπολογίσετε συναρτήσει αυτών την ενέργεια του κέντρου μάζας E_{cm} του συστήματος των δύο μαζών. (β) Να υπολογίσετε την ταχύτητα του συστήματος ΚΜ ως προς το αρχικό. (γ) Να γενικεύσετε τα παραπάνω ερωτήματα για N σώματα.

4. Ένα πiónιο π^0 με μάζα $= 140 \text{ MeV}/c^2$ και ορμή $P=280 \text{ MeV}/c$ διασπάται σε δύο φωτόνια $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$, που σχηματίζουν την ίδια γωνία θ με την αρχική κατεύθυνση του πιονίου. Να υπολογίσετε (α) την ταχύτητα του πιονίου, (β) τη συχνότητα του κάθε φωτονίου και (γ) τη γωνία θ .

5. Δύο παρατηρητές Σ1 και Σ2 με σχετική ταχύτητα $V=0.5c$ στην κατεύθυνση του κοινού άξονα των z έχουν ρυθμίσει τα ρολόγια τους να δείχνουν $t_1 = t_2 = 0$ τη στιγμή που συμπίπτουν οι αρχές των αξόνων τους $z_1 = z_2 = 0$. Οι Σ1 και Σ2 παρακολουθούν τη κίνηση ενός σώματος. Σύμφωνα με τον Σ1 το σώμα κατά τη χρονική στιγμή $t_1 = 1 \text{ sec}$ βρίσκεται στη θέση $(x_1 = 10^8 \text{ m}, y_1 = 40 \text{ m}, z_1 = 2 \times 10^8 \text{ m})$. Τί χωροχρονικές συντεταγμένες για το γεγονός αυτό μετράει ο Σ2;

6. Ταχύνια και αιτιότητα. (α) Σχεδιάστε δύο συστήματα αξόνων, που παριστούν τα συστήματα δύο παρατηρητών Σ και Σ' με σχετική ταχύτητα V και των οποίων οι αρχές των αξόνων συμπίπτουν όταν $t=t'=0$. (β) Σχεδιάστε τον κώνο φωτός φωτεινής δέσμης που εκπέμπεται από το σημείο $(x=0, t=0)$. (γ) Σχεδιάστε την τροχιά υλικού σημείου που δημιουργείται στο σημείο $O=(0,0)$, κινείται με σταθερή ταχύτητα και εξαφανίζεται στο σημείο $A = (x_A, t_A)$. (δ) Θεωρήστε σώματιο που μπορεί να κινηθεί με ταχύτητα μεγαλύτερη αυτής του φωτός. Δείξτε ότι υπάρχουν αδρανειακοί παρατηρητές, ως προς τους οποίους η εξαφάνιση του σωματίου προηγείται της γέννησής του (Παραβίαση της σχέσης αιτίου - αποτελέσματος)